Sind einmal durch die vorgeschlagenen Beobachtungen im künstlichen Feld – zu denen besonders die Physiologen anzuregen der Hauptzweck dieser Darlegungen ist, da das Schwergewicht dabei auf der physiologischen Beobachtungsmethodik liegen wird – genügend Unterlagen vorhanden, dann können, in ähnlicher Weise, wie das für die Schwankungen des Luftdruckes geschehen ist, auch für die Schwankungen der atmosphärisch-elektrischen Feldstärke die Beobachtungen natürlicher Feldschwankungen mit den gefundenen Wirksamkeitskurven verglichen werden, und es sollte auf diesem Wege möglich sein, zu einer abschließenden Beurteilung des hier dargestellten Teilbereiches des Wetterfühligkeitsproblems zu kommen.

Summary

For a long time it has been discussed by many authors whether changes of the state of health of men might be due to electrical influences. This paper undertakes to give an intuitive basis for such a discussion, as far as it concerns the influence of electric fields on men. This attempt goes parallel in scope and methods to previous papers on oscillations of air-pressure, taking from them mainly the method of drawing "spectra" of representative points of oscillations of the field. As is the case with pressure oscillations, such representative points of observed oscillations of the electric field group themselves in coherent regions that are homogenous in regard to their physical conditions.

Upon drawing the curves of oscillations that correspond to PLANCK's law of radiation, the question of the spectral slit-width of the instruments used for observation comes to our attention. This problem is solved by an analysis of the possible methods of measuring field oscillations, and it is shown that always slit-widths can be used that have a constant ratio to the frequencies observed. By this the whole consideration is essentially broadened and completed. Concerning physical and geophysical aspects, there can be distinguished frequency ranges in the spectrum that are covered mainly by the laws of either electrostatics, electrodynamics, or quantum physics.

It is to be expected that influences on the state of health, possibly of different kinds, that are due to oscillations of the electrical field can be represented in the spectrum by systems of lines of like effectiveness. The sensibility curve of the eye that is adapted to daylight serves as an example for that. Other observations of such influences are known but little, so that corresponding lines in the spectrum cannot be assigned as yet. As, however, the explanation of meteoropathological effects could possibly be found in the spectrum of oscillations of the electric field of the atmosphere, experimental investigations on these effects using artificial field oscillations are recommended, which might yield the needed data and complete our knowledge essentially.

Brèves communications - Kurze Mitteilungen
Brevi comunicazioni - Brief Reports

Les auteurs sont seuls responsables des opinions exprimées dans ces communications. – Für die kurzen Mitteilungen ist ausschließlich der Autor verantwortlich. – Per le brevi comunicazioni è responsabile solo l'autore. – The editors do not hold themselves responsible for the opinions expressed by their correspondents.

Zur antifokalen Keplerschen Bewegung

K. STUMPFF[1] hat mittels numerischer Entwicklungen auf den praktischen Vorteil hingewiesen, welchen die Benutzung der antifokalen Anomalie[2] bei der Auflösung der Keplerschen Gleichung

$$x - t - \varepsilon \sin x = 0$$

bietet, und die geometrischen Analogien zwischen fokaler und antifokaler Anomalie abgeleitet[3]. Die von ihm konstatierte schnellere Konvergenz der Auflösung der Keplerschen Gleichung nach x beruht prinzipiell einfach darauf, daß in der Lagrange-Besselschen Entwicklung[4]

$$x = t + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} J_n (n\,\varepsilon) \tag{1}$$

bei der Ersetzung von ε in $-\varepsilon$ die Besselschen Funktionen die Relation

$$J_n(n\,\varepsilon) = (-1)^n J_n(n\,\varepsilon)$$

erfüllen, so daß die Reihe (1) *alternierend* wird.

Funktionentheoretisch ergänzt die antifokale Anomalie die singuläre Kurve der Keplerschen elliptischen Bewegung in der negativen imaginären Halbebene. Die Singularitäten der Funktion

$$w - l + \zeta \sin w = 0$$

erhält man aus

$$\frac{dw}{d\zeta} = -\frac{\sin w}{1 + \zeta \cos w}$$

für $1 + \zeta \cos w = 0$. Wegen $\cos w = -1/\zeta$ ergibt sich

$$i \sin w = \pm \sqrt{\frac{1}{\zeta^2} - 1}\,,$$

so daß

$$e^{iw} = \cos w + i \sin w = e^{-i\zeta \sin w + il} = -\frac{1}{\zeta} \pm \sqrt{\frac{1}{\zeta^2} - 1}$$

wird, woraus

$$-\frac{1}{\zeta} \pm \sqrt{\frac{1}{\zeta^2} - 1} = e^{\mp \sqrt{1-\zeta^2} + il} \tag{2}$$

[1] K. STUMPFF, Astron. Nachr. *273*, 179 (1943). – Vgl. auch Fiat Rev. German Sci. *20*, 44 (1948).

[2] Bei den historischen Angaben übersieht STUMPFF die Rolle, welche der Antifokus in den Planetentheorien des 17. Jahrhunderts spielte [vgl. J. O. FLECKENSTEIN, Gesnerus *7*, 132 (1950)].

[3] K. STUMPFF, Astron. Nachr. *277*, 55 (1949).

[4] J. O. FLECKENSTEIN, Comment. Math. Helv. *13*, 83 (1941).

$J_n(n\,\varepsilon)$	$\varepsilon = 0{,}1$	$\varepsilon = 0{,}2$	$\varepsilon = 0{,}3$	$\varepsilon = 0{,}4$	$\varepsilon = 0{,}5$	$\varepsilon = 0{,}6$
$J_1(\varepsilon)$	0,0499375	0,0995008	0,1483188	0,1960266	0,2422684	0,2867010
$J_2(2\,\varepsilon)$	0,0049834	0.0197347	0,0436651	0,0758178	0,1149035	0,1593490
$J_3(3\,\varepsilon)$	0,0005593	0,0043997	0,0144340	0,0328743	0,0609640	0,0988020
$J_4(4\,\varepsilon)$	0,0000661	0,0010330	0,0050227	0,0149952	0,0339957	0,0643070
$J_5(5\,\varepsilon)$	0,0000081	0,0002498	0,0017994	0,0070396	0,0195016	0,0430284
$J_6(6\,\varepsilon)$	0,0000002	0,0000615	0,0006568	0,0033668	0,0113936	0,0293110

resultiert. Mit der Substitution $Z = 1 \pm \sqrt{1-\zeta^2}$ erhält man dann die singuläre Kurve der elliptischen Bewegung[1]

$$\left(\frac{2}{Z} - 1\right) e^{2Z} = e^{2+2il}$$

$\varepsilon_1 = |\zeta_{min}|$ der Singularitäten liefert den Konvergenzradius. Er ergibt sich aus

$$1 \mp \sqrt{1+\varepsilon_1^2} = -i\,\varepsilon_1\, e^{\mp\sqrt{1+\varepsilon_1^2}}\, e^{il}$$

für $\zeta = \pm i\,\varepsilon_1$ und für $l = \pi/2$ oder $l = 3\pi/2$, wobei das untere Vorzeichen für die gewöhnliche fokale Keplersche Gleichung ($l = \pi/2$) gilt. Die Wurzeln beider Gleichungen führen auf denselben absoluten Betrag

$$|\varepsilon_1| = 0{,}6627\ldots,$$

das heißt auf die Laplace-Tisserandsche Konvergenzschranke für die Entwicklung (1). Diese Schranke ergibt sich auch aus dem von CARLINI[2] mittels der Stirlingschen Formel für $J_n(n\,\varepsilon)$ abgeleiteten Ausdruck

$$\frac{2}{n} J_n(n\,\varepsilon) \sim \frac{\varepsilon^n\, e^{n\sqrt{1-\varepsilon^2}}}{\sqrt{\pi/2}\; n^{3/2}\,(1-\varepsilon^2)^{1/n}\,(1+\sqrt{1-\varepsilon^2})^n},$$

indem man das d'Alembertsche Konvergenzkriterium anwendet.

Aus der Definition der Koeffizienten der Lagrange-Besselschen Entwicklung

$$J_n(n\,\varepsilon) = \sum_{\varkappa=0}^{\infty} (-1)^{\varkappa}\, \frac{n^{n+2\varkappa}}{(n+\varkappa)!\,\varkappa!} \left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^{n+2\varkappa}$$

sowie aus dem Ausdruck von CARLINI folgt, daß stets für $0 < \varepsilon < \varepsilon_1$

$$J_n(n\,\varepsilon) > J_{n+1}[(n+1)\,\varepsilon] > 0$$

gilt. Wenn man also die Restglieder der fokalen und der antifokalen Entwicklung miteinander vergleicht, so läßt sich ein erster roher Vergleich der Schnelligkeit der Konvergenz beider Entwicklungen gewinnen. Ist

$$R_1 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{n+i}\, J_{n+i}[(n+i)\,\varepsilon]$$

und für die antifokale Anomalie

$$R_2 = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i\, \frac{1}{n+i}\, J_{n+i}[(n+i)\,\varepsilon],$$

so ergibt sich als erste Schätzung für den Abbruch der Entwicklung (1) beim n-ten Glied

[1] C. L. CHARLIER, *Die Mechanik des Himmels*, Bd. II (1907), S. 263.

[2] *Ricerche sulla convergenza della serie che serva alla soluzione del problema di Keplero* (Milano 1817) [deutsche Übersetzung von C. G. JACOBI, Astron. Nachr. *30* (1850) = Werke, VII (1891), S. 189].

$$R_1 - R_2 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{n+2i}\, J_{n+2i}\,[(n+2i)\,\varepsilon]. \quad (3)$$

Sie zeigt an Hand der Tabelle I dem praktischen Rechner[1], daß erst für relativ große Exzentrizitäten $\varepsilon > 0{,}2$ die schnellere Konvergenz der antifokalen elliptischen Bewegung erheblich ins Gewicht fällt.

J. O. FLECKENSTEIN

Astronomisch-Meteorologische Anstalt der Universität Basel, den 3. März 1951.

Summary

Since the introduction of the antifocal anomaly changes the Langrange development of Kepler's equation progressing according to Bessel's functions $J_n(n\varepsilon)$ into an alternating series, the antifocal development converges more quickly than usual. It has the same convergence radius as this; it represents a second root of the Laplace condition.

[1] Gerechnet mit der Rekursionsformel

$$J_{\nu+1}(x) = (2\,\nu/x)\, J_\nu(x) - J_{\nu-1}(x)$$

nach der Tafel IV aus G. N. WATSON, *A treatise on the theory of Bessel functions* (1944), S. 730.

Über die Gamowschen Windungen des Energietales

1. Unter der Bindungsenergie eines Atomkerns[1] versteht man den Energiebetrag, der frei wird, wenn seine Bestandteile (Neutronen und Protonen) zum Kern zusammengefügt werden. Auf Grund des Tröpfchenmodells kann man bekanntlich eine Gleichung hiefür aufbauen. Stellt man die durch sie gegebene Abhängigkeit $E = f(N, Z)$ als Energiefläche dar[2], indem in einem räumlichen Koordinatensystem auf zwei Achsen die Zahl der Protonen und die Zahl der Neutronen und auf der dritten (senkrechten) Achse die Bindungsenergie aufgetragen wird (negativ, also nach unten aufgetragen, da sie für den Kern ein Defizit bedeutet), so erhält man eine Fläche von hyperbelartigem Querschnitt, deren tiefste Mulde von links vorne nach rechts hinten abfällt: das theoretische Energietal.

In der Sohle und an den Hängen dieses Tales liegen die natürlichen Kerne; und da der Kern um so stabiler ist, je größer die zu seiner Zerlegung aufzuwendende Arbeit ist, wächst die Stabilität mit der Bindungsenergie. Daher müssen die stabilsten Kerne in der Sohle des Tales, in der sogenannten «Energierinne», liegen. In der

[1] Siehe zum Beispiel W. HEISENBERG, *Physik der Atomkerne*, (3. Auflage).

[2] *Abkürzungen*: m = Massenzahl; Z = Ladungszahl; g = gerade; u = ungerade; N = Symbol für Neutron; P = Symbol für Proton.